

Ευκλείδεια Γεωμετρία

Φθινοπωρινό Έξάμηνο 2010

Καθηγητής Ν.Γ. Τζανάκης

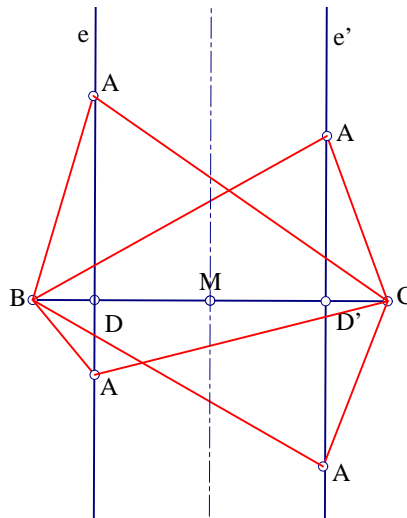
Μάθημα 17

1-12-2010

Συνοπτική περιγραφή

Συζητήθηκαν λεπτομερώς οι γεωμετρικοί τόποι, που είχαν αναφερθεί στο προηγούμενο μάθημα :

- Δοθέντος σταθεροῦ εὐθυγράμμου τμήματος BC , μήκους a και ἑνὸς ἄλλου μήκους k , ὁ γεωμετρικὸς τόπος τῶν σημείων A , πού ἔχουν τὴν ιδιότητα $AB^2 + AC^2 = k^2$, εἶναι ὁ κύκλος μὲ κέντρο τὸ μέσο M τοῦ BC και ἀκτίνα $\sqrt{\frac{k^2}{2} - \frac{a^2}{4}}$.
- Δοθέντος σταθεροῦ εὐθυγράμμου τμήματος BC , μήκους a και ἑνὸς ἄλλου μήκους k , ὁ γεωμετρικὸς τόπος τῶν σημείων A , πού ἔχουν τὴν ιδιότητα $AC^2 - AB^2 = k^2$, εἶναι εὐθεῖα κάθετη στὴν BC , σὲ ἀπόσταση $k^2/(2a)$ ἀπὸ τὸ μέσο, πρὸς τὸ μέρος τοῦ B .



Σχῆμα 1: Γεωμετρικὸς Τόπος - Διαφορὰ τετραγώνων

Παρατηρήστε ὅτι ἡ σχέση $AC^2 - AB^2 = k^2$ συνεπάγεται τὴν $AC > AB$, ἄρα τὰ σημεία τοῦ γεωμετρικοῦ τόπου ὀφείλουν νὰ εἶναι στὸ ἡμιεπίπεδο τὸ ὀριζόμενο ἀπὸ τὴ μεσοκάθετο τοῦ BC , τὸ ὁποῖο περιέχει τὸ B . Στὸ σχῆμα 1, ὁ γεωμετρικὸς τόπος εἶναι ἡ εὐθεῖα e καὶ $MD = k^2/(2a)$. Ἄν ζητούσαμε τὸν ἀνάλογο γεωμετρικὸ τόπο,

αλλά αντί της συνθήκης $AC^2 - AB^2 = k^2$ είχαμε την $AB^2 - AC^2 = k^2$, τότε ο γεωμετρικός τόπος είναι ή ευθεία e' , ή όποια έχει ανάλογη περιγραφή με εκείνη της e : Είναι κάθετη στην BC , σε απόσταση $k^2/(2a)$ από το M , αλλά προς το μέρος του C , αυτή τη φορά. Συνεπώς, στο σχήμα 1, είναι $MD' = MD = k^2/(2a)$. Άρα,

Δοθέντος σταθεροῦ εὐθυγράμμου τμήματος BC , μήκους a και ἑνὸς ἄλλου μήκους k , ὁ γεωμετρικὸς τόπος τῶν σημείων A , πὸν ἔχουν τὴν ιδιότητα $|AC^2 - AB^2| = k^2$, εἶναι δύο παράλληλες εὐθεῖες, κάθετες στὴν BC , συμμετρικὲς ὡς πρὸς τὸ μέσο M τοῦ BC και σε ἀπόσταση $k^2/(2a)$ ἀπὸ αὐτό.

Συζητήθηκαν λεπτομερῶς οἱ ἑξῆς κατασκευές.

Νὰ κατασκευασεῖ τρίγωνο ABC ἂν εἶναι γνωστὰ τὰ ἑξῆς στοιχεῖα του: (1) Τὸ μήκος τῆς πλευρᾶς του BC . (2) Ἐνα μήκος k , τέτοιο ὥστε $AB^2 + AC^2 = k^2$, και (3) Τὸ ὕψος ἀπὸ τὴν κορυφὴ A , εἴτε τὸ μέτρο τῆς γωνίας $\angle A$, εἴτε τὸ μέτρο τῆς γωνίας $\angle B$.

Προτάθηκαν γιὰ τὴν προσωπικὴ σας μελέτη οἱ ἀνάλογες κατασκευές, ἂν ἀντὶ τῆς σχέσης $AB^2 + AC^2 = k^2$ εἶναι γνωστὴ ἢ $AB^2 - AC^2 = k^2$ (μία περίπτωση), ἢ ἢ $|AB^2 - AC^2| = k^2$ (δεύτερη περίπτωση).